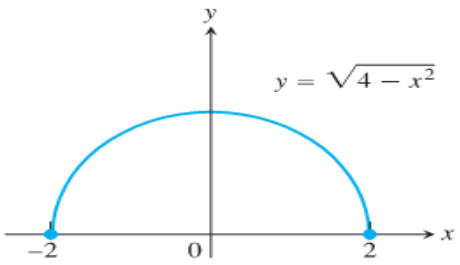
# السكشن الثامن 12/11/2018
# الفرقة الاولى علوم طبيعية
# التفاضل
# النهايات والاتصال

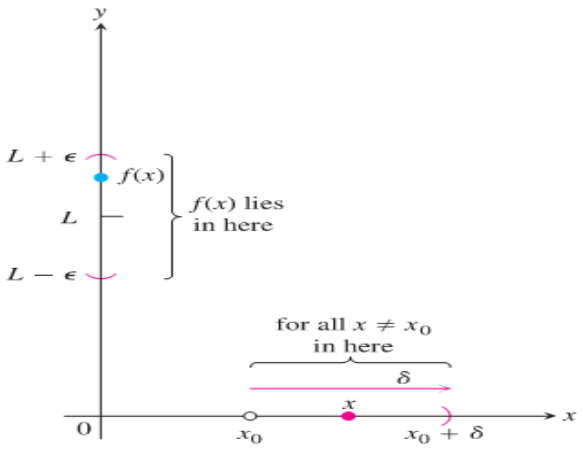
## سنقدم فى هذا السكشن

- اولا: النهايات من جهة واحدة (النهايات اليمنى واليسرى) ، متى تكون للدالة نهاية؟
- ثانيا: نناقش الاتصال عند نقطة، على فترة، الدالة المتصلة؟
- ثالثا: اذا كلنت نهاية الدالة موجودة عند نقطة ولكن الدالة غير معرفة عند نقطة مما يؤدى الى عدم اتصال الدالة عند النقطة فهل يمكن لنا عمل امتداد للدالة او ما يسمى باعادة تعريف للدالة تجعل الدالة متصلة؟
- رابعا: نناقش نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها لمعرفة هل يوجد للمعادلة حلول حقيقية ام لا؟

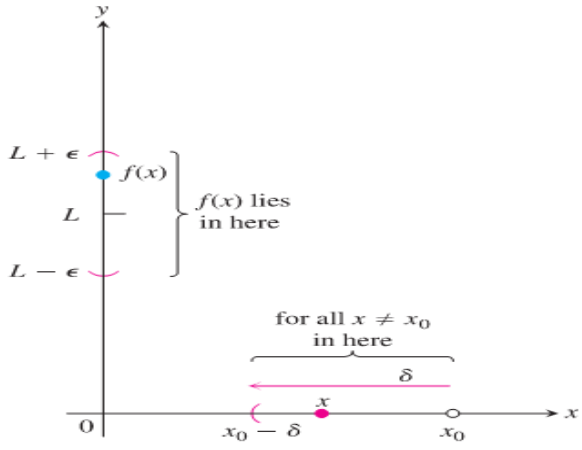



الشكل (2.26)

$$\lim_{x \to 2^-} \sqrt{4 - x^2} = 0 \quad \text{and} \quad \lim_{x \to -2^+} \sqrt{4 - x^2} = 0$$



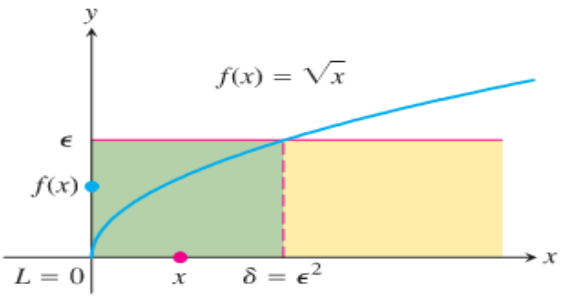

الشكل (2.28)




الشكل (2.29)

**مثال اثبت النهاية**

$$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0.$$



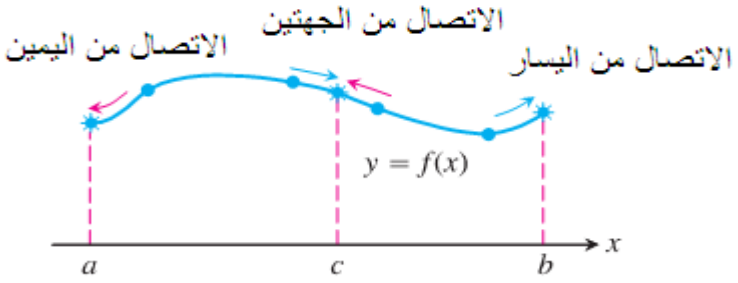

الشكل (2.30)

$\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0$

## مثال

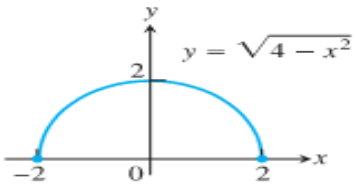
**اوجد** $\lim_{x\to 2^+} \lfloor x \rfloor$, $\lim_{x\to 2^-} \lfloor x \rfloor$, $\lim_{x\to 2^+} \lceil x \rceil$, $\lim_{x\to 2^-} \lceil x \rceil$

## الاتصال عند نقطة

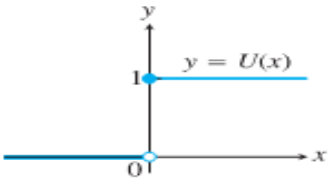



الشكل (2.36)

**الاتصال عند النقاط** $a, b, c.$




الشكل (2.37)




الشكل (2.38)

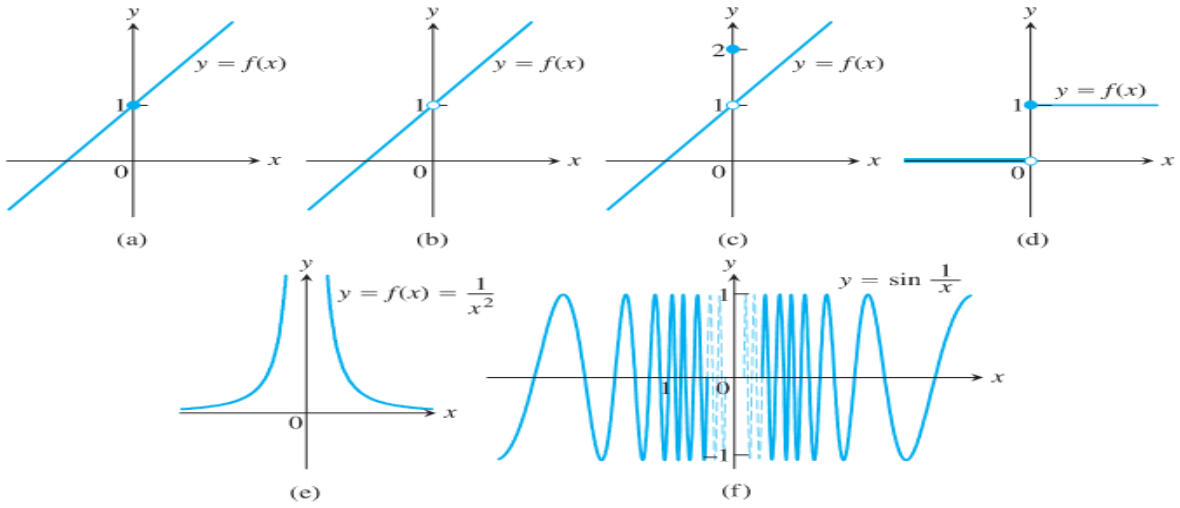
## مثال

الدالة $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

## مثال

الدالة السلمية (الدرجية)(Unit Step Function)

## انواع عدم الاتصال




الشكل (2.40)

ادرس اتصال الدالتين $f(x)=\frac{1}{x}, f(x)=\frac{\sin x}{x}\ at\ x=0$

ادرس اتصال الدالة $f(x)=|x|$ على الفترة $[-1,1]$

### مثال

وضح أنه يوجد جذر للمعادلة $x^3-x-1=0$ بين 1,2

### تمرين

**استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان المعادلة الاتية لها حل**

$(1)\ x^3-3x-1=0$

$H.W\quad (2)\ 2x^3-2x^2-2x+1=0$

## ايجاد النهايات التى تحتوى المالانهاية

**اوجد النهايات الاتية**

$(1)\lim_{x\to\infty}\left(5+\frac{1}{x}\right)=5 \qquad (2)\lim_{x\to\infty}\frac{\pi\sqrt{3}}{x^2}=0 \qquad (3)\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+16}\right)$

**13.** $f(x) = \dfrac{2x + 3}{5x + 7}$

**14.** $f(x) = \dfrac{2x^3 + 7}{x^3 - x^2 + x + 7}$

**15.** $f(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 + 3}$

**16.** $f(x) = \dfrac{3x + 7}{x^2 - 2}$

**17.** $h(x) = \dfrac{7x^3}{x^3 - 3x^2 + 6x}$

**18.** $g(x) = \dfrac{1}{x^3 - 4x + 1}$

**19.** $g(x) = \dfrac{10x^5 + x^4 + 31}{x^6}$

**20.** $h(x) = \dfrac{9x^4 + x}{2x^4 + 5x^2 - x + 6}$

**21.** $h(x) = \dfrac{-2x^3 - 2x + 3}{3x^3 + 3x^2 - 5x}$

**22.** $h(x) = \dfrac{-x^4}{x^4 - 7x^3 + 7x^2 + 9}$

اوجد النهايات الاتية

**23.** $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{8x^2 - 3}{2x^2 + x}}$

**24.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{x^2 + x - 1}{8x^2 - 3}\right)^{1/3}$

**25.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{1 - x^3}{x^2 + 7x}\right)^5$

**26.** $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{\dfrac{x^2 - 5x}{x^3 + x - 2}}$

**27.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2\sqrt{x} + x^{-1}}{3x - 7}$

**28.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$

**29.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}$

**30.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^{-1} + x^{-4}}{x^{-2} - x^{-3}}$

**31.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^{5/3} - x^{1/3} + 7}{x^{8/5} + 3x + \sqrt{x}}$

**32.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x} - 5x + 3}{2x + x^{2/3} - 4}$

**33.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$

**34.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$

**35.** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x - 3}{\sqrt{4x^2 + 25}}$

**36.** $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4 - 3x^3}{\sqrt{x^6 + 9}}$

**H.W**

**اوجد قيمة النهايات الاتية**

$$(1)\lim_{x\to\infty}\frac{-x^4}{x^4-7x^3+7x^2+9} \qquad (2)\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$$

*********

**على محمد يوسف الهلالى** **المعيد بقسم الرياضيات**